

# Gaussian Process Building Models and their Application in Model Predictive Control

Von der Fakultät Energie-, Verfahrens- und Biotechnik der  
Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktor-  
Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

**Francesco Massa Gray**

aus Viña del Mar (Chile)

Hauptberichter:  
Prof. Dr.-Ing. Michael Schmidt

Mitberichter:  
Prof. Dr.-Ing. Arnold Kistner

Tag der Einreichung:  
19.10.2016

Tag der mündlichen Prüfung:  
30.06.2017



**Universität Stuttgart**

**IGE**

2017

Institut für Gebäudeenergetik

# Abstract

This work is concerned with the mathematical modelling and optimal control of buildings using Gaussian process regression, a machine learning method. The general motivation is to contribute to a more widespread use of model predictive control (MPC) in building automation systems. The low popularity of MPC in buildings is partly due to the high effort required to model the building and its subsystems. A suitable model for this purpose should be simple, require a small amount of data to be trained and have a good prediction accuracy.

This work specifically proposes a hybrid model that combines Gaussian processes (GP) with highly simplified grey-box models. The function of the grey-box part is to describe the general behaviour of the system. The GP is trained on the grey-box model's prediction error, automatically learning the error's pattern and using it to improve future predictions. The results show that the hybrid model improves the temperature and energy predictions of the pure grey-box model while presenting a lower generalization error compared to a pure GP.

To exemplify the method, the grey-box, GP and hybrid models are used to control a simulated building employing MPC. It is shown that the hybrid model achieves higher energy savings than the grey-box model while maintaining equivalent thermal conditions in the building. It is also investigated whether the variance predicted by the GP and hybrid models can be used as a measure of the prediction uncertainty, enabling its use in the evaluation of probabilistic constraint for stochastic MPC. It is shown that this assumption is not a valid approximation for either of the models.

In conclusion, this work shows that a hybrid model combining simplified grey-box models with Gaussian processes achieves a higher prediction accuracy than its individual components. The improved prediction accuracy can lead to higher savings when employing MPC.

# Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der mathematischen Modellierung und optimalen Regelung von Gebäuden mittels Gaußprozessen (GP), einer Methode des maschinellen Lernens. Hauptmotivation der Arbeit ist es, zu einer höheren Durchdringung der Modellprädiktiven Regelung (MPR) in Gebäudeautomationsysteme beizutragen. Die geringe Popularität dieser Methode ist teilweise dem hohen Modellierungsaufwand für Gebäude und deren Subsysteme geschuldet. Ein ideales Modell für MPR sollte einfach sein, wenig Daten für die Kalibrierung benötigen und eine gute Vorhersagequalität haben.

Im Rahmen der Arbeit wird ein hybrider Modellierungsansatz vorgeschlagen, der sehr vereinfachte Grey-Box-Modelle mit Gaußprozessen kombiniert. Das Grey-Box-Modell wird dabei verwendet, um das allgemeine Verhalten des Systems zu beschreiben. Der GP wird benutzt, um das Fehlermuster der Vorhersagen des Grey-Box-Modells automatisch zu identifizieren und damit die zukünftigen Vorhersagen zu verbessern. Die Ergebnisse zeigen, dass das hybride Modell die Temperatur- und Energieaufwandvorhersagen des Grey-Box-Modells verbessert und der Generalisierungsfehler kleiner als der eines reinen Gaußprozesses ist.

Zur Erläuterung der Methode werden die Grey-Box, GP und hybride Modelle für die simulative Regelung eines Gebäudes angewendet und dafür in einem modellprädiktiven Regler implementiert. Es wird gezeigt, dass die Verwendung des hybriden Modells statt des Grey-Box-Modells zu höheren Energieeinsparungen unter vergleichbaren thermischen Bedingungen führen kann. Es wird auch untersucht, ob die vorhergesagte Varianz der GP und hybriden Modelle für die Quantifizierung der Vorhersageunsicherheit benutzt werden kann. Dies würde erlauben, probabilistische Beschränkungen in einem stochastischen MPR zu betrachten. Es wird gezeigt, dass diese Annahme für beide Modelle nicht gültig ist.

Schlussfolgernd kann gezeigt werden, dass die Kombination aus vereinfachten Grey-Box-Modellen und Gaußprozessen zu besseren Vorhersagen als die ihrer individuellen Komponenten führen kann. Die verbesserte Vorhersagequalität kann benutzt werden, um höheren Energieeinsparungen durch MPR zu erzielen.

# Contents

<b>Notation</b>	<b>viii</b>
<b>List of Symbols</b>	<b>xii</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Building Modelling: Opportunities and Issues . . . . .	1
1.2 Objectives . . . . .	2
1.3 Dissertation Structure . . . . .	3
<b>2 State of the Art</b>	<b>4</b>
2.1 Building Modelling using Gaussian Processes . . . . .	4
2.1.1 Literature Review . . . . .	4
2.1.2 Gaps in the Reviewed Literature . . . . .	5
2.1.3 Contributions of this Dissertation . . . . .	6
2.2 Gaussian Processes for Model Predictive Control . . . . .	7
2.2.1 Literature Review . . . . .	7
2.2.2 Gaps in the Reviewed Literature . . . . .	8
2.2.3 Contributions of this Dissertation . . . . .	8
<b>3 Fundamentals</b>	<b>9</b>
3.1 Building Modelling . . . . .	9
3.1.1 Grey-Box Modelling . . . . .	9
3.1.2 Black-Box Modelling . . . . .	11
3.1.3 Hybrid Modelling . . . . .	12
3.2 Gaussian Process Modelling . . . . .	13
3.2.1 Gaussian Process Fundamentals . . . . .	13
3.2.2 Gaussian Processes for Machine Learning . . . . .	15
3.3 Rule-Based Control of Building Systems . . . . .	16
3.4 Model Predictive Control . . . . .	17
3.4.1 Terminology . . . . .	17
3.4.2 The Receding Horizon Control Procedure . . . . .	19
3.4.3 Deterministic Model Predictive Control . . . . .	21
3.4.4 Robust Model Predictive Control . . . . .	22
3.4.5 Stochastic Model Predictive Control . . . . .	23

<b>4 System Description</b>	<b>25</b>
4.1 Assumptions and Simplifications . . . . .	25
4.2 Building Characteristics . . . . .	26
4.3 HVAC System . . . . .	28
4.3.1 General Description . . . . .	28
4.3.2 Condensing Boiler . . . . .	30
4.3.3 Chiller . . . . .	31
4.3.4 Heating and Cooling Coils . . . . .	32
4.3.5 Recuperator . . . . .	33
4.3.6 Radiators . . . . .	33
4.3.7 Chilled Ceilings . . . . .	34
4.3.8 Fans . . . . .	34
4.3.9 Pumps . . . . .	36
4.4 Rule-Based Control of the HVAC System . . . . .	37
4.4.1 High-Level Control Rules . . . . .	37
4.4.2 Low-Level Controllers . . . . .	39
<b>5 Building Modelling</b>	<b>40</b>
5.1 Model Development Effort . . . . .	40
5.2 Modelling Cases . . . . .	41
5.2.1 General Modelling Case . . . . .	41
5.2.2 MPC-Specific Modelling Case . . . . .	43
5.3 Grey-Box Model . . . . .	44
5.3.1 Description . . . . .	44
5.3.2 Assumptions and Simplifications . . . . .	44
5.3.3 State Equations . . . . .	45
5.3.4 Inputs . . . . .	46
5.3.5 Energy Demand . . . . .	47
5.3.6 State Estimation . . . . .	51
5.3.7 Model Training . . . . .	51
5.4 Gaussian Process Model . . . . .	51
5.4.1 Description . . . . .	51
5.4.2 Inputs . . . . .	52
5.4.3 Model Training . . . . .	59
5.5 Hybrid Building Model . . . . .	60
5.5.1 Description . . . . .	60
5.5.2 Inputs . . . . .	60
5.5.3 Model Training . . . . .	61
5.6 Overview of the Model Inputs . . . . .	62
<b>6 Model Predictive Control</b>	<b>63</b>
6.1 Robust Model Predictive Controller . . . . .	63
6.2 Stochastic Model Predictive Controller . . . . .	64
6.3 Simplified and Detailed MPC Cases . . . . .	67

6.4 Controller Settings . . . . .	67
6.4.1 General Settings . . . . .	67
6.4.2 System Models . . . . .	67
6.4.3 Cost Function . . . . .	68
6.4.4 Manipulated Inputs . . . . .	69
6.4.5 State Constraints . . . . .	69
6.4.6 Input Constraints . . . . .	70
<b>7 Results and Analysis</b>	<b>71</b>
7.1 Building Modelling . . . . .	71
7.1.1 Methodology . . . . .	71
7.1.2 Fixed Training . . . . .	74
7.1.3 Adaptive Training . . . . .	79
7.1.4 Effect of Incorrect Input Values . . . . .	84
7.1.5 MPC-Specific Modelling Cases . . . . .	86
7.2 Model Predictive Control . . . . .	88
7.2.1 Methodology . . . . .	89
7.2.2 Robust Model Predictive Control . . . . .	91
7.2.3 Stochastic Model Predictive Control . . . . .	95
7.2.4 Benefit of Employing Detailed HVAC Models . . . . .	98
<b>8 Summary and Conclusions</b>	<b>101</b>
<b>References</b>	<b>104</b>
<b>Appendix</b>	<b>113</b>
<b>A Software Environment</b>	<b>113</b>
<b>B MPC and Training Environment</b>	<b>114</b>
<b>C Plausibility of the TRNSYS and HVAC System Models</b>	<b>115</b>
C.1 Internal Gains According to DIN V 18599 . . . . .	115
C.2 Additional Boundary Conditions . . . . .	116
C.3 Plausibility Analysis . . . . .	117
<b>D Characteristics of the Building Envelope and HVAC System</b>	<b>118</b>
<b>E Calculation of Pressure Losses</b>	<b>120</b>
<b>F Pump and Fan Curves</b>	<b>123</b>
<b>G Recuperator Control Rule</b>	<b>124</b>

<b>H Grey-Box Model</b>	<b>125</b>
H.1 Derivation of the Model's Parameters . . . . .	125
H.2 Indirect Calculation of the Grey-Box Model's Inputs . . . . .	127
H.3 Grey-Box Training Procedure . . . . .	128
H.4 Trained Grey-Box Model Parameters . . . . .	129
<b>I Extended Results</b>	<b>130</b>
I.1 Fixed Training . . . . .	130
I.2 Adaptive Training . . . . .	133
I.3 Incorrect Input Assumptions . . . . .	133
I.3.1 Numerical Values . . . . .	133
I.3.2 Analysis of the Grey-Box Energy Prediction Error . . . . .	134
I.4 MPC-Specific Modelling Cases . . . . .	135
I.5 Energy Demand of the Controllers . . . . .	136
I.6 Temperature Profile of the MPC Controllers . . . . .	136
I.7 Predicted Variance of the Gaussian Process . . . . .	136